

METAKOGNISI MAHASISWA DALAM MEMECAHKAN MASALAH PEMBUKTIAN BERDASARKAN LANGKAH-LANGKAH POLYA¹⁾

Gatut Iswahyudi²⁾

ABSTRACT

The goal of the research is to describe metacognition of the student of mathematics education departement on high, average and low ability in analysis.

Based on that goal this research use qualitattive discriptive method. Data collection technique are test and interview. Number of subject the research are six student. We used triangulation, checking of member and reference suficiency for auditing technique data authenticity. Technique of data analysis is through four steps: reduce of data, representatation of data, interpretation of data and conclusion.

The result are (1) Students of mathematics education with high ability in analysis have good level metacognition in solved problem to prove. Students did metacognition in four step of Polya's problem solving. (2) Students of mathematics education with average and low ability in analysis only have good level metacognition in first step solved problem to prove . Students did'n do metacognition in second, thirth, and fourth step of Polya's problem solving.

Kata-kata kunci : Metakognisi, pemecahan, masalah, pembuktian, Polya

¹⁾Penelitian Mandiri

²⁾Dosen Program Studi Pendidikan Matematika PMIPA FKIP UNS

PENDAHULUAN

Proses berpikir dalam pemecahan masalah merupakan hal penting yang perlu mendapat perhatian guru terutama untuk membantu siswa agar dapat mengembangkan kemampuannya memecahkan masalah baik dalam konteks dunia nyata maupun dalam konteks matematika. Hal ini sejalan dengan pendapat Lester (dalam Gartman dan Freiberg, 1993) bahwa tujuan utama mengajarkan pemecahan masalah dalam matematika adalah tidak untuk melengkapi siswa dengan sekumpulan keterampilan atau proses, tetapi lebih kepada memungkinkan siswa berpikir tentang dirinya sendiri.

Berpikir tentang dirinya sendiri berkaitan dengan kesadaran siswa terhadap kemampuannya untuk mengembangkan berbagai cara yang mungkin ditempuh dalam memecahkan masalah. Agar kemampuan ini dapat dimiliki dan dikembangkan, diperlukan dukungan guru, diantaranya memberi kesempatan pada siswa untuk menyelesaikan masalah dengan caranya sendiri, serta membantu siswa untuk menyadari dan mengatur proses berpikirnya sendiri ketika memecahkan masalah matematika. Proses menyadari dan mengatur berpikir siswa sendiri tersebut, dikenal sebagai metakognisi, termasuk didalamnya adalah berpikir tentang bagaimana siswa membuat pendekatan terhadap masalah, memilih strategi yang digunakan untuk menemukan pemecahan, dan bertanya kepada diri sendiri tentang masalah tersebut (Gartman dan Freiberg, 1993).

Beberapa peneliti telah menunjukkan bahwa metakognisi memainkan peran penting dalam pemecahan masalah serta dalam perolehan dan penerapan keterampilan belajar pada berbagai bidang penemuan (Flavell, 1979, Panaoura dan Philippou, 2005). Siswa yang mampu menyerap pelajaran matematika pada tingkatan paling tinggi dan memperoleh informasi tentang latihan dalam strategi metakognitif (yaitu perencanaan, pemantauan, dan evaluasi belajarnya sendiri) memiliki kemampuan lebih baik dalam mengatur belajarnya (Chamot, Dale, O'Malley dan Spanos, 1992).

Terlaksananya proses metakognitif dalam pemecahan masalah merupakan salah satu faktor menarik yang banyak diperhatikan oleh kalangan peneliti

pendidikan. Hal tersebut disebabkan keuntungan yang dapat diperoleh ketika pemecahan masalah dilakukan dengan melibatkan kesadaran terhadap proses berpikir serta kemampuan pengaturan diri, sehingga memungkinkan terbangunnya pemahaman yang kuat dan menyeluruh terhadap masalah disertai alasan yang logis. Pemahaman semacam ini merupakan sesuatu yang selalu ditekankan ketika berlangsung pembelajaran matematika di semua tingkatan pendidikan, karena kesesuaiannya yang kuat dengan pola berpikir matematika.

Terkait dengan masalah dalam matematika, masalah dapat dibedakan menjadi dua macam yaitu masalah menemukan (*to find*) dan masalah membuktikan (*to prove*). Masalah menemukan adalah suatu jenis masalah yang tujuannya akan dicari dan prosesnya diperlukan. Masalah membuktikan adalah masalah yang tujuannya sudah ditentukan tetapi prosesnya diperlukan. Diantara masalah tersebut, masalah membuktikan merupakan bagian yang sangat penting dalam matematika. Matematika dikembangkan melalui teorema-teorema yang dibuktikan kebenarannya. Sehingga pengetahuan tentang cara pembuktian sangat dibutuhkan dalam belajar matematika.

Di dalam matematika, bukti adalah serangkaian argumen logis yang menjelaskan kebenaran suatu pernyataan. Argumen-argumen ini dapat berasal dari premis pernyataan itu sendiri, teorema-teorema lain, definisi, dan dapat juga berasal dari postulat dimana sistem matematika tersebut berasal. Pernyataan-pernyataan matematika seperti definisi, teorema dan pernyataan lainnya pada umumnya berbentuk kalimat logika, dapat berupa implikasi, biimplikasi, negasi, atau berupa kalimat berkuantor. Operator logika seperti konjungsi, disjungsi, dan negasi, juga sering termuat dalam suatu pernyataan matematika. Jadi membuktikan kebenaran suatu teorema tidak lain adalah membuktikan kebenaran suatu kalimat logika.

Didasarkan pada metode yang digunakan, pembuktian dalam matematika dapat dikelompokkan pembuktian langsung, dan pembuktian tidak langsung. Jenis-jenis pembuktian yang termasuk pembuktian tidak langsung adalah pembuktian dengan kontradiksi dan pembuktian dengan kontraposisi. Beberapa cara pembuktian

lain dalam matematika adalah pembuktian dengan induksi matematika, pembuktian dengan contoh penyangkal.

Dalam dimensi proses kognitif, kemampuan analisis seseorang mempunyai peran yang penting dalam menunjang keberhasilan belajar matematika. Kemampuan analisis merupakan kemampuan tingkat ke-4 dalam taksonomi Bloom, yang berturut-turut adalah kemampuan mengingat, kemampuan memahami, kemampuan mengaplikasi, kemampuan menganalisis, kemampuan mengevaluasi dan kreativitas. Bahkan dalam matematika dikenal pengelompokan bidang yang terkait dengan kemampuan analisis, yaitu kelompok bidang analisis yang diantaranya meliputi kalkulus, analisis real dan analisis kompleks. Dilain pihak berhubung pemecahan masalah melibatkan kegiatan kognitif seseorang, maka berakibat pada kemampuan tiap-tiap orang dalam memecahkan masalah akan berbeda pula. Suatu masalah yang menantang dan cukup sulit bagi seseorang, mungkin merupakan masalah yang sederhana bagi orang lain. Sehingga meneliti karakteristik seseorang berdasarkan kemampuan analisis yang dimilikinya perlu dilakukan, khususnya dalam memecahkan masalah pembuktian.

Tujuan penelitian ini adalah untuk menjawab pertanyaan penelitian sebagaimana dikemukakan di atas, yaitu “untuk mengetahui proses metakognisi yang dilakukan oleh mahasiswa dalam memecahkan masalah pembuktian pada matakuliah analisis real berdasarkan langkah-langkah Polya”.

Penelitian ini diharapkan memberi manfaat bagi peningkatan kualitas pendidikan matematika terutama berkaitan dengan proses metakognisi dalam memecahkan masalah pembuktian, yaitu:

1. Sebagai pengembangan teori metakognisi, khususnya metakognisi mahasiswa dalam memecahkan masalah pembuktian.
2. Sebagai dasar untuk meningkatkan kualitas pembelajaran di Perguruan Tinggi, khususnya agar dapat mendorong mahasiswa memahami proses metakognisi yang perlu dikembangkan dalam pemecahan masalah pembuktian.

Secara sederhana metakognisi didefinisikan sebagai berpikir tentang berpikir atau kognisi tentang kognisi seseorang (Nelson, 1992; Livingston, 1997; Gama, 2004). Terdapat beberapa definisi tentang metakognisi yang berkembang dalam bidang psikologi kognitif, diantaranya oleh Flavell dan Brown. Flavell mendefinisikan: metakognisi sebagai kemampuan untuk mengerti dan memantau berpikir sendiri dan asumsi serta implikasi dari kegiatan seseorang, *metacognition as the ability to understand and monitor one's own thoughts and the assumptions and implications of one's activities* (Lee dan Baylor, 2006). Sementara itu, Brown mendefinisikan metakognisi sebagai suatu kesadaran terhadap aktifitas kognisi seseorang, metode yang digunakan untuk mengatur proses kognisi seseorang dan suatu penguasaan terhadap bagaimana mengarahkan, merencanakan, dan memantau aktivitas kognitif *metacognition as an awareness of one's own cognitive activity; the methods employed to regulate one's own cognitive processes; and a command of how one directs, plans, and monitors cognitive activity* (Lee dan Baylor, 2006).

Berdasarkan definisi di atas, penulis mendefinisikan metakognisi sebagai kemampuan untuk menyadari kognisi sendiri dan kemampuan mengatur proses kognisi sendiri. Dengan demikian, terdapat dua sisi penting dari metakognisi, yaitu (1) kesadaran tentang kognisi (*awareness about cognition*) dan, (2) kontrol atau pengaturan proses kognisi (*control or regulation of cognition processes*). Kesadaran tentang kognisi sendiri meliputi penilaian tentang apa yang diketahui dan tidak diketahui, serta metode yang digunakan untuk mengatur proses kognisi. Sedangkan pengaturan proses kognisi meliputi mengarahkan, merencanakan dan memantau aktifitas kognisi.

Pada penerapannya, Kirsh (2004) mengemukakan bahwa metakognisi khususnya dalam bidang pendidikan, berkaitan dengan aktifitas dan keterampilan berhubungan dengan perencanaan, pemantauan, evaluasi dan perbaikan kemampuan bekerja (performa). Pada penelitian ini, metakognisi cakupannya dibatasi pada tiga komponen yaitu perencanaan, pemantauan, dan refleksi. Ketiga komponen ini merupakan satu rangkaian dan saling terkait dalam aktifitas metakognisi.

Stanic & Kilpatrick (1988: 15) mendefinisikan masalah sebagai suatu keadaan dimana seseorang melakukan tugasnya yang tidak ditemukan di waktu sebelumnya. Ini menunjukkan bahwa suatu tugas merupakan masalah bergantung kepada individu dan waktu. Artinya suatu tugas merupakan masalah bagi seseorang, tetapi mungkin bukan merupakan masalah bagi orang lain. Demikian pula suatu tugas merupakan masalah bagi seseorang pada suatu saat, tetapi bukan merupakan masalah lagi bagi orang itu pada saat berikutnya, bila orang itu telah mengetahui cara atau proses mendapatkan pemecahan masalah tersebut.

Menurut Polya (1973), masalah terbagi menjadi dua, yaitu masalah menemukan (*problem to find*), dan masalah membuktikan (*problem to prove*). Masalah untuk menemukan merupakan suatu masalah teoretis atau praktis, abstrak atau konkrit. Bagian utama dari masalah menemukan antara lain: apa yang dicari? Apa saja data yang diketahui? bagaimana syaratnya? Sedangkan masalah membuktikan merupakan masalah untuk menunjukkan apakah suatu pernyataan benar atau salah, atau tidak keduanya. Hal ini dapat dilakukan dengan cara menjawab pertanyaan apakah pernyataan itu benar atau salah? Bagian utama dari masalah ini adalah hipotesis dan konklusi suatu teorema yang harus dibuktikan kebenarannya.

Pemecahan masalah merupakan perwujudan dari suatu aktivitas mental yang terdiri dari bermacam-macam keterampilan dan tindakan kognitif (Kirkley, 2003) yang dimaksudkan untuk mendapatkan solusi yang benar dari masalah. Karena pemecahan masalah melibatkan kegiatan kognitif seseorang, maka berakibat pada kemampuan tiap-tiap orang dalam memecahkan masalah akan berbeda pula. Suatu masalah yang menantang dan cukup sulit bagi seseorang, mungkin merupakan masalah yang sederhana bagi orang lain.

Khusus dalam pemecahan masalah matematika, salah satu yang banyak dirujuk adalah pentahapan oleh Polya (1973), yang mengemukakan empat tahapan penting yang perlu dilakukan yaitu:

1. Memahami masalah (*understanding the problem*) meliputi mengerti berbagai hal yang ada pada masalah seperti apa yang tidak diketahui, apa saja data yang tersedia, apa syarat-syaratnya, apakah syarat tersebut cukup untuk

menentukan hal yang tidak diketahui, dan sebagainya. Tahap ini merupakan tahap memahami masalah dengan melakukan identifikasi dan klasifikasi masalah.

2. Memikirkan rencana (*devising a plan*) meliputi berbagai usaha untuk menemukan hubungan masalah dengan masalah lainnya atau hubungan antara data dengan hal yang tidak diketahui, dan sebagainya. Tahap ini merupakan tahap memikirkan rencana tindakan, dan membangun alternatif penyelesaian.
3. Melaksanakan rencana (*carrying out the plan*) termasuk memeriksa setiap langkah pemecahan, apakah langkah yang dilakukan sudah benar atau dapatkah dibuktikan bahwa langkah tersebut benar. Tahap ini merupakan tahap melaksanakan tindakan dengan memilih strategi penyelesaian.
4. Memeriksa kembali jawaban (*looking back*) meliputi pengujian terhadap pemecahan yang dihasilkan. Tahap ini merupakan tahap mengevaluasi dan meneliti kembali bagaimana penyelesaian terbaik.

Di dalam matematika, bukti adalah serangkaian argumen logis yang menjelaskan kebenaran suatu pernyataan. Argumen-argumen ini dapat berasal dari premis pernyataan itu sendiri, teorema-teorema lainnya, definisi, dan akhirnya dapat berasal dari postulat dimana sistem matematika tersebut berasal. Yang dimaksud logis di sini, adalah semua langkah pada setiap argumen harus dijustifikasi oleh langkah sebelumnya. Jadi kebenaran semua premis pada setiap deduksi sudah dibuktikan atau diberikan sebagai asumsi.

Matematika sebagai ilmu pengetahuan dengan penalaran deduktif mengandalkan logika dalam meyakinkan akan kebenaran suatu pernyataan. Faktor intuisi dan pola berpikir induktif banyak berperan pada proses awal dalam merumuskan suatu konjektur (*conjecture*) yaitu dugaan awal dalam matematika. Proses penemuan dalam matematika dimulai dengan pencarian pola dan struktur, contoh kasus dan objek matematika lainnya. Selanjutnya, semua informasi dan fakta yang terkumpul secara individual ini dibangun suatu koherensi untuk kemudian disusun suatu konjektur. Setelah konjektur dapat dibuktikan kebenarannya atau ketidakbenarannya maka selanjutnya ia menjadi suatu teorema.

Hernadi (2007) membagi jenis pembuktian dalam sembilan kategori yaitu (1) Bukti langsung, (2) Bukti tak langsung (3) Bukti kosong, (4) Bukti trivial, (5) Bukti dengan kontradiksi, (6) Bukti eksistensial, (7) Bukti ketunggalan, (8) Bukti dengan contoh penyangkal (*counter example*), (9) Bukti dengan induksi matematika. Namun demikian pada hakekatnya penggolongan yang dilakukan Julan ini dapat diringkas menjadi tiga jenis, yaitu (1) Bukti langsung, (2) Bukti tidak langsung, dan (3) Bukti dengan induksi matematika. Kemudian bukti tidak langsung dapat dibagi lagi menjadi bukti dengan kontradiksi dan bukti dengan kontraposisi. Hal ini sesuai pendapat Bartle (1994) bahwa teknik pembuktian dapat dikategorikan ke dalam tiga jenis yaitu (1) Bukti langsung, (2) Bukti tidak langsung, dan (3) Bukti dengan induksi matematika.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini mendiskripsikan proses metakognisi yang dilakukan oleh mahasiswa dalam memecahkan masalah pembuktian pada matakuliah analisis real berdasarkan langkah-langkah Polya dengan mengungkap secara mendalam respon siswa. Terkait dengan hal tersebut maka penelitian ini merupakan penelitian eksploratif. Mahasiswa diberi soal tentang masalah pembuktian. Soal terdiri dari satu soal yang penyelesaiannya dilakukan dengan metode pembuktian langsung dan satu soal yang penyelesaiannya dilakukan dengan metode pembuktian tidak langsung. Dalam mengerjakan soal, mahasiswa diminta untuk mengerjakan soal berdasarkan tahap-tahap pemecahan masalah Polya, selanjutnya pada akhir tiap tahap dilakukan wawancara untuk mengungkap aktivitas metakognisi pada tahap tersebut. Ungkapan-ungkapan yang disampaikan berupa kata-kata, maka penelitian ini bersifat kualitatif. Sehingga penelitian ini dikategorikan sebagai penelitian kualitatif-eksploratif.

Penelitian ini dilaksanakan di program studi pendidikan matematika. Subyek penelitian adalah Mahasiswa. Mahasiswa yang dipilih sebagai subyek adalah mahasiswa yang telah mengikuti mata kuliah Analisis real I. Adapun kriteria kemampuan analisis tinggi adalah rataan skor prestasi belajar matakuliah kelompok analisis yang telah ditempuhnya lebih besar atau sama dengan 80 dalam skala 100. Kriteria kemampuan analisis sedang adalah rataan skor prestasi belajar matakuliah

kelompok analisis yang telah ditempuhnya diantara 60 dan 80. Kriteria kemampuan analisis rendah adalah rataan skor prestasi belajar matakuliah kelompok analisis yang telah ditempuhnya kurang dari 60. Instrumen utama penelitian ini adalah peneliti sendiri yang dipandu dengan instrumen lembar tugas penyelesaian masalah matematika, dan pedoman wawancara. Dalam hal ini peneliti merupakan perencana, pelaksana pengumpul data, analisis, penafsir data, dan akhirnya sekaligus menjadi pelapor hasil penelitian. Sedangkan instrumen lembar tugas yang digunakan dalam penelitian ini adalah instrumen lembar tugas pemecahan masalah pembuktian. Instrumen lembar tugas ini divalidasi oleh ahli, yang terdiri atas satu orang ahli pendidikan matematika dan satu orang ahli dalam bidang matematika kelompok bidang analisis.

Prosedur pengumpulan data dilakukan dengan cara subyek diberi lembar tugas pemecahan masalah pembuktian, kemudian untuk setiap tahapan dalam menyelesaikan masalah berdasarkan tahapan Polya diadakan wawancara untuk mengetahui aktivitas metakognisi yang dilakukan. Data yang diperoleh pada saat wawancara direkam dan disusun transkrip wawancara tersebut untuk selanjutnya dilakukan analisis terkait dengan aktivitas metakognisi yang dilakukan. Wawancara dalam penelitian ini bertujuan untuk mengungkap gambaran metakognisi siswa. Dari hasil pekerjaan siswa, pengamatan dan wawancara dapat dilihat karakteristik metakognisi siswa.

Analisis data penelitian ini merupakan proses mencari dan menyusun secara sistematis data yang diperoleh dari hasil tes tertulis dan hasil wawancara, dengan cara mereduksi data (yaitu kegiatan yang mengacu pada proses pemilihan, pemusatan perhatian, penyederhanaan, pengabstraksian dan transformasi data mentah di lapangan), memaparkan data (meliputi pengklasifikasi dan identifikasi data, yaitu menuliskan kumpulan data yang terorganisir dan terkategori sehingga memungkinkan untuk menarik kesimpulan dari data tersebut), dan menarik kesimpulan dari data yang telah dikumpulkan dan memverifikasi kesimpulan tersebut (Moleong, 2003).

Proses analisis data pada penelitian ini dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut ini.

a. Analisis Data Tes Tertulis

Analisis tes tertulis untuk butir pemecahan masalah pembuktian dilakukan dengan langkah:

- a. Memverifikasi pekerjaan subjek penelitian berdasarkan kebenaran penyelesaian yang dilakukan.
- b. Dari jawaban subjek penelitian tersebut dilakukan pengklasifikasian dan identifikasi data, yaitu menuliskan kumpulan data yang terorganisir dan terkategori sehingga memungkinkan untuk menarik kesimpulan dari data tersebut.
- c. Menarik kesimpulan dari data yang telah dikumpulkan dan memverifikasi kesimpulan tersebut.

2. Analisis Data Hasil Wawancara

Analisis data hasil wawancara dilakukan dengan langkah:

- a. Reduksi data yaitu kegiatan yang mengacu pada proses pemilihan, pemusatan perhatian penyederhanaan pengabstraksian dan transformasi data mentah di lapangan, untuk selanjutnya memverifikasi jawaban subjek penelitian berdasarkan kebenaran penyelesaian yang dilakukan.
- b. Dari jawaban subjek penelitian dilakukan pengklasifikasian dan identifikasi data, yaitu menuliskan kumpulan data yang terorganisir dan terkategori sehingga memungkinkan untuk menarik kesimpulan dari data tersebut.
- c. Menarik kesimpulan dari data yang telah dikumpulkan dan menverifikasi kesimpulan tersebut.

Hasil analisis data tes tertulis dan analisis data hasil wawancara dibandingkan/ditriangulasi untuk mendapatkan data yang valid. Data yang valid tersebut digunakan untuk mengetahui karakteristik metakognisi mahasiswa dalam memecahkan masalah pembuktian.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Tes pemecahan masalah pada penelitian ini terdiri dari dua soal yang berupa soal pembuktian langsung dan soal pembuktian tidak langsung. Tes pemecahan masalah tersebut adalah sebagai berikut.

1. Misalkan $I = [a,b]$ dan fungsi $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ merupakan fungsi dengan sifat untuk setiap $x \in I$, fungsi f terbatas pada lingkungan dari x . Buktikan bahwa fungsi f terbatas pada I .
2. Tunjukkan bahwa jika f dan g merupakan fungsi-fungsi yang kontinu seragam di himpunan $A \subseteq \mathbb{R}$, maka $f+g$ juga merupakan fungsi yang kontinu seragam pada A .

Proses metakognisi mahasiswa dalam memecahkan masalah pembuktian dapat disimpulkan sebagai berikut, subyek penelitian dengan kemampuan analisis tinggi melakukan aktivitas metakognisi pada tingkatan tinggi pada setiap tahap pemecahan masalah Polya, namun pada mahasiswa yang berkemampuan analisis sedang maupun rendah tingkat metakognisinya masih dalam kategori rendah. Secara lebih detail disajikan berikut ini:

Pada tahap memahami masalah, mahasiswa berkemampuan analisis tinggi, sedang maupun rendah baik pada bagian awal, bagian inti maupun bagian akhir subyek melakukan aktivitas metakognisi. Subyek sadar terhadap proses dan hasil berpikirnya, dalam mengembangkan perencanaan, saat memahami masalah, sebelum memecahkan masalah subyek mengidentifikasi masalah, mengidentifikasi setiap istilah yang ada pada soal. Kemudian subyek juga sadar terhadap proses dan hasil berpikirnya dalam memonitor pelaksanaan saat memahami masalah. Subyek berpikir tentang pengetahuan awal yang dibutuhkan, juga langkah-langkah pembuktian yang akan dilaksanakan, bahkan telah merencanakan untuk menggunakan metode penelitian yang akan digunakan dan telah memikirkan tentang akibat dari pilihan metode yang akan digunakan. Di samping itu subyek sadar terhadap proses dan hasil berpikirnya, dalam mengevaluasi tindakan, saat memahami masalah. Subyek berpikir tentang pilihan notasi yang digunakan dan juga berpikir tentang syarat cukup yang akan digunakan untuk pembuktian telah dirasa cukup bahkan waktu yang diperkirakan untuk memecahkan masalah cukup rasional.

Pada tahap memikirkan rencana tindakan, dan membangun alternatif penyelesaian, mahasiswa berkemampuan analisis tinggi baik pada bagian awal, bagian inti maupun bagian akhir subyek melakukan aktivitas metakognisi secara baik, tetapi mahasiswa berkemampuan analisis sedang dan rendah tidak. Subyek

berkemampuan analisis tinggi sadar terhadap proses dan hasil berpikirnya dalam mengembangkan perencanaan saat memikirkan rencana tindakan. Pada tahap ini subyek menyebutkan bahwa dalam waktu yang singkat telah dapat merencanakan penyelesaian, bahkan pengertian-pengertian terkait telah diduplikasinya dan percaya diri dengan apa yang direncanakan dengan menyebut dapat mengusahakan alat bantu yang mungkin dibutuhkan. Kemudian subyek sadar terhadap proses dan hasil berpikirnya, dalam memonitor pelaksanaan saat memikirkan rencana tindakan, subyek sadar bahwa ada kesamaan cara penyelesaian dengan masalah terdahulu yang pernah dikerjakannya yaitu masalah fungsi kontinu.

Pada tahap melaksanakan rencana tindakan dengan memilih strategi penyelesaian, mahasiswa berkemampuan analisis tinggi baik pada bagian awal, bagian inti maupun bagian akhir subyek melakukan aktivitas metakognisi secara baik, tetapi mahasiswa berkemampuan analisis sedang dang rendah tidak. Subyek berkemampuan analisis tinggi sadar terhadap proses dan hasil berpikirnya dalam mengembangkan perencanaan pada saat melaksanakan rencana tindakan. Subyek sadar dapat dengan mudah menyelesaikan masalah bahkan sedikit curiga dengan lancarnya penyelesaian bisa menjadi pertanda ada kesalahan. Kemudian subyek sadar terhadap proses dan hasil berpikirnya dalam memonitor pelaksanaan pada saat melaksanakan rencana tindakan. Subyek dapat dengan rinci menjelaskan setiap langkah yang dilakukan. Demikian juga subyek juga sadar terhadap proses dan hasil berpikirnya dalam mengevaluasi tindakan pada saat melaksanakan rencana tindakan. Pada tahap ini subyek merasa yakin 90% langkah yang dilakukan benar, bahkan merasa tidak perlu mengganti langkah yang dilakukan.

Pada tahap mengevaluasi dan meneliti kembali bagaimana penyelesaian terbaik, mahasiswa berkemampuan analisis tinggi baik pada bagian awal, bagian inti maupun bagian akhir subyek melakukan aktivitas metakognisi secara baik, tetapi mahasiswa berkemampuan analisis sedang dang rendah tidak. Subyek berkemampuan analisis tinggi sadar terhadap proses dan hasil berpikirnya dalam mengembangkan perencanaan pada saat melakukan evaluasi. Hal ini tampak dari tindakannya melakukan cek setiap langkah dan melihat kembali jawaban. Kemudian subyek juga

sadar terhadap proses dan hasil berpikirnya, dalam memonitor pelaksanaan saat melakukan evaluasi. Subyek sadar telah melaksanakan kegiatan dengan baik, bahkan merasa jawabannya memuaskan dan merasa yakin mampu menerapkan cara ini pada masalah lain dan walaupun belum sempat memikirkan cara berbeda namun sadar bahwa pembuktian yang dilakukan secara tidak langsung sudah tepat karena menganggap bukti secara langsung sulit dilakukan. Demikian juga subyek sadar terhadap proses dan hasil berpikirnya dalam mengevaluasi tindakan saat melakukan evaluasi. Subyek merasa tidak perlu ke bagian awal karena sudah yakin jawabannya benar.

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, dapat diperoleh simpulan sebagai berikut.

1. Metakognisi mahasiswa berkemampuan analisis tinggi dalam memecahkan masalah pembuktian adalah sebagai berikut. Mahasiswa dengan kemampuan analisis tinggi tampak melakukan aktivitas metakognisi pada pada setiap tahap pemecahan masalah Polya. Pada tahap memahami masalah, mahasiswa berkemampuan analisis tinggi, sadar terhadap proses dan hasil berpikirnya. Pada tahap memikirkan rencana tindakan, dan membangun alternatif penyelesaian, mahasiswa berkemampuan analisis tinggi melakukan aktivitas metakognisi secara baik. mahasiswa berkemampuan analisis tinggi sadar terhadap proses dan hasil berpikirnya dalam mengembangkan perencanaan saat memikirkan rencana tindakan. Pada tahap ini subyek menyebutkan bahwa dalam waktu yang singkat telah dapat merencanakan penyelesaian, bahkan pengertian-pengertian terkait telah didapatkannya dan percaya diri dengan apa yang direncanakan dengan menyebut dapat mengusahakan alat bantu yang mungkin dibutuhkan. Pada tahap melaksanakan rencana tindakan dengan memilih strategi penyelesaian, mahasiswa berkemampuan analisis tinggi melakukan aktivitas metakognisi secara baik. Subyek berkemampuan analisis tinggi sadar terhadap proses dan hasil berpikirnya dalam

mengembangkan perencanaan pada saat melaksanakan rencana tindakan. Subyek dapat dengan rinci menjelaskan setiap langkah yang dilakukan. Pada tahap akhir, yaitu mengevaluasi dan meneliti kembali bagaimana penyelesaian terbaik, mahasiswa berkemampuan analisis tinggi baik pada bagian awal, bagian inti maupun bagian akhir subyek melakukan aktivitas metakognisi secara baik. Subyek sadar terhadap proses dan hasil berpikirnya dalam mengevaluasi tindakan saat melakukan evaluasi. Subyek merasa tidak perlu ke bagian awal karena sudah yakin jawabanya benar.

2. Metakognisi mahasiswa berkemampuan analisis sedang dan rendah dalam memecahkan masalah pembuktian adalah sebagai berikut. Mahasiswa yang berkemampuan analisis sedang maupun rendah ternyata tidak melakukan proses metakognisi yang baik pada tiga tahap terakhir penyelesaian masalah berdasarkan langkah Polya. Mahasiswa dengan tingkat kemampuan analisis sedang dan rendah hanya tampak melakukan metakognisi pada tahap memahami masalah.

Saran

Berdasarkan kesimpulan penelitian di atas, saran yang dapat disampaikan pada penelitian ini adalah :

1. Hendaknya pembelajaran yang selama ini diterapkan pada hampir semua dosen perlu dikembangkan pada pembelajaran yang lebih menekankan pada bentuk pembelajaran yang memberi keleluasan dan keluasan mahasiswa untuk mengembangkan pemikirannya secara mandiri. Pembelajaran yang dikembangkan hendaknya lebih mengarah pada paham konstruktivisme dan melatih cara berpikir yang kreatif.
2. Mahasiswa hendaknya selalu melatih diri dalam memecahkan masalah pembuktian. Dalam setiap tahap langkah pembuktian hendaknya dilatihkan proses metakognisi.

DAFTAR PUSTAKA

Bartle, Robert G and D.R. Sherbet, 1994. *Introduction to real analysis*, second edition, John Willey & sons, New York

- Chamot, A. U., Dale, M., O'Malley, J. M., Spanos, G. A., 1992, Learning and Problem Solving Strategies of ESL Students, *Bilingual Research Journal*, 16: 3 & 4 Summer/Fall, 1 – 34.
- Cohors-Fresenborg, E., and Kaune, C., 2007, *Modelling Classroom Discussion and Categorizing Discursive and Metacognitive Activities*, In Proceeding of CERME 5, 1180 – 1189.
- De Corte, E., 2003, *Intervention Research: A Tool for Bridging the Theory – Practice Gap in Mathematics Education*, Proceedings of the International Conference, The Mathematics Education into the 21st Century Project, Brno Czech Republic.
- Flavell, J. H., 1979, Metacognition and Cognitive Monitoring, A New Area of Cognitive – Developmental Inquiry, in Nelson, T. O. (Ed), 1992, *Metacognition*, Allyn and Bacon, Boston.
- Gama, C. A., 2004, *Integrating Metacognition Instruction in Interactive Learning Environment*, D. Phil Dissertation, University of Sussex
- Gartman, S., and Freiberg, M., 1993, Metacognition and Mathematical Problem Solving: Helping Students to Ask The Right Questions, *The Mathematics Educator*, Volume 6 Number 1, 9 – 13.
- Gay, G., 2002, The Nature of Metacognition, *Adaptive Technology Resource Centre* (Legal Notice).
- Julan Hernadi, 2008, *Metode Pembuktian dalam Matematika*, UAD, Yogyakarta
- Kirkley, J., 2003, *Principle for Teaching Problem Solving*, Technical Paper, Plato Learning Inc.
- Kirsh, D., 2004, Metacognition, Distributed Cognition and Visual Design, in Gardinfors, P., and Johansson, P.(Eds.) *Cognition, Education and Communication Technology*, Lawrence Elbaum.
- Kramarski, B., and Mizrachi, N., , 2004, Enhancing Mathematical Literacy With The Use Of Metacognitive Guidance in Forum Discussion, *Proceedings of the 28th Conference of The International Group for The Psychology of Mathematics Education*, Vol 3, pp 169 – 176.

- Lee, M., and Baylor, A. L., 2006, Designing Metacognitive Maps for Web-Based Learning, *Educational Technology & Society*, 9 (1), 344 – 348
- Livingstone, J. A., 1997, *Metacognition: An Overview*, <http://www.gse.buffalo.edu/fos/shuel/cep564/metacog.html>
- McLoughlin, C., and Hollingworth, R., 2003, Exploring a Hidden Dimension of Online Quality: Metacognitive Skill Development, *16th ODLAA Biennial Forum Conference Proceedings*. <http://www.signadou.acu.edu.au>
Download tanggal 12 Januari 2008.
- Mittlefehldt, S., & Grotzer, T., 2003, *Using Metacognition to Facilitate the Transfer of Causal Models in Learning Density and Pressure*, <http://pzweb.harvard.edu/Research/UCProject.htm>, Download tanggal 12 Desember 2008.
- Mousoulides, N., Christou, C., and Sriraman, B., 2007, *From Problem Solving to Modelling- A Meta Analysis*, University of Cyprus.
- Nelson, T. O., 1992, *Metacognition; Core Readings*, Allyn and Bacon, Boston.
- NCREL, (1995), *Metacognition - Thinking about thinking - Learning to learn* <http://members.iinet.net.au/metacognition.htm>
- Panaoura, A., and Philippou, G., 2004, *Young Pupils' Metacognitive Abilities in Mathematics in Relation to Working Memory and Processing Efficiency*, www.ucy.ac.cy, Download tanggal 12 November 2007
- Panaoura, A., and Philippou, G., 2005, *The Measurement of Young Pupils' Metacognitive Ability in Mathematics: The Case of Self-Representation and Self-Evaluation*, www.ucy.ac.cy, Download tanggal 12 November 2007.
- Pearson Learning Group, *Problem-Solving Experiences: Making Sense of Mathematics*, Research Paper, www.pearsonlearning.com, diakses tanggal 2 Maret 2008.
- Polya, G., 1973, *How To Solve It, Second Edition*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- Schoenfeld, A. H., 1980, Heuristic in the Class Room, dalam Krulik S., dan Reys, R. E. (Ed), *Problem Solving in School Mathematics*, NCTM, Virginia.